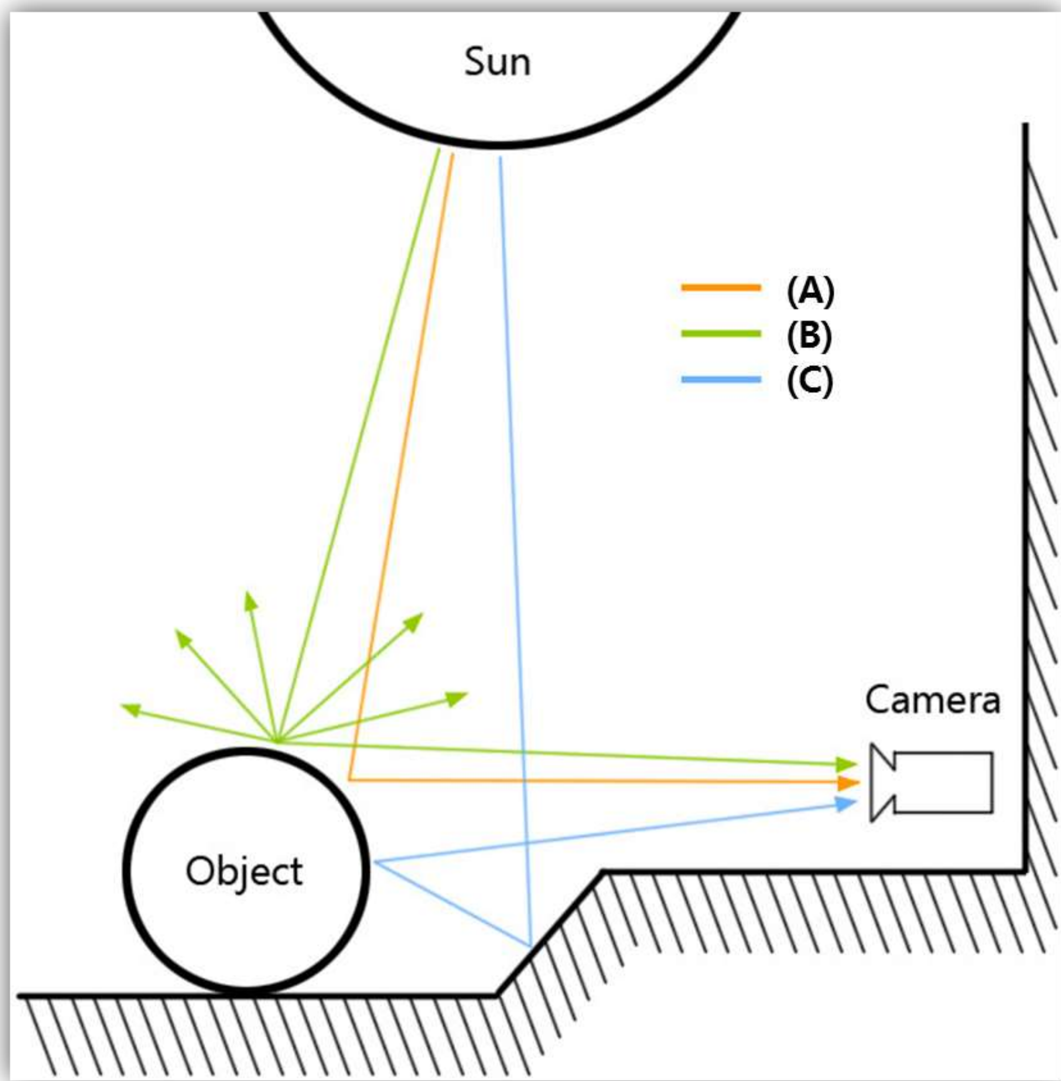
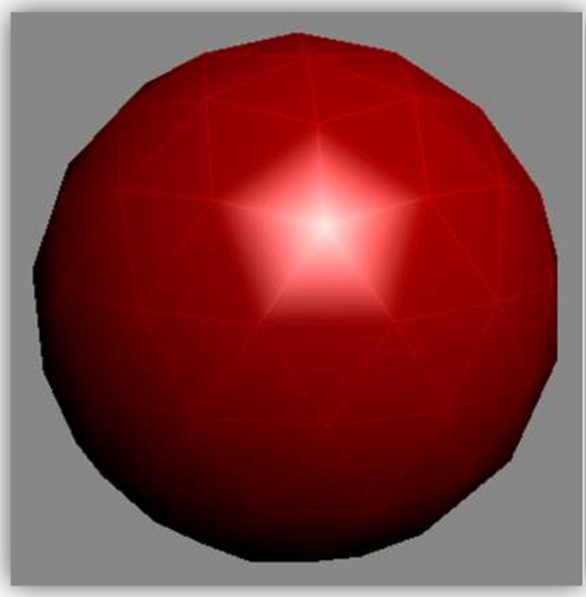
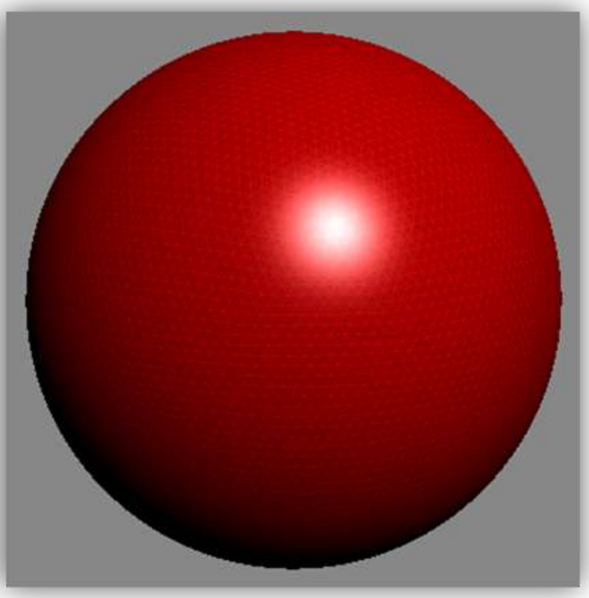
1. In computer graphics, we use a homogeneous coordinate system which replaces the basic (x, y, z) coordinates with (x, y, z, 1). Explain the benefit of this framework and the reason. (Tip : Translation)

2. Enumerate three basic light sources and describe them in detail by focusing on their positions and directions.

3. Write the names of the reflection models (A~C) shown in the following figure and describe them in detail.



4. The following figure shows the artifact of Gouraud shading or per-vertex lighting method. Describe the artifact.

5. Bounding volume techniques are commonly used to accelerate the ray tracing method. Explain how the acceleration is achieved.

6. Texture coordinates are generally in the range of 0.0~1.0. What is the benefit of using this normalized coordinates?

7. Describe how mipmap is created.

8. Ray tracing tree is usually a binary tree. What is the role of each branch?

9. Explain the level of detail (LOD) when rendering 3D models.

10. What is the difference between radiosity and ray tracing methods?

11. Consider the inner/dot product of two unit vectors V_1 and V_2. Explain what the following results mean.

A. $V_1 \cdot V_2 < 0$

B. $V_1 \cdot V_2 = 0$

C. $V_1 \cdot V_2 > 0$

D. $V_1 \cdot V_2 = 1$

E. $V_1 \cdot V_2 = -1$

12. Calculate the matrices performing the following operation. The answer should be in a form of matrix multiplication.

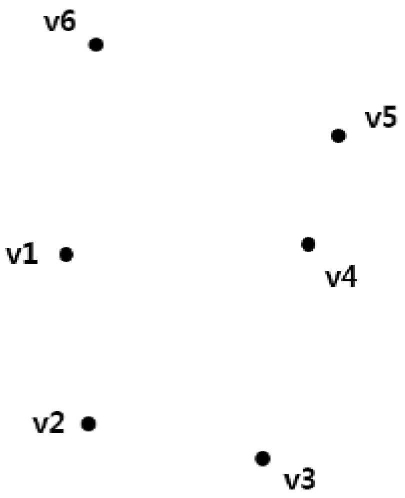
A. Clockwise rotation of 60 degrees about an axis parallel to x-axis passing through (0, 2, -1).

B. Reflection to the yz plane

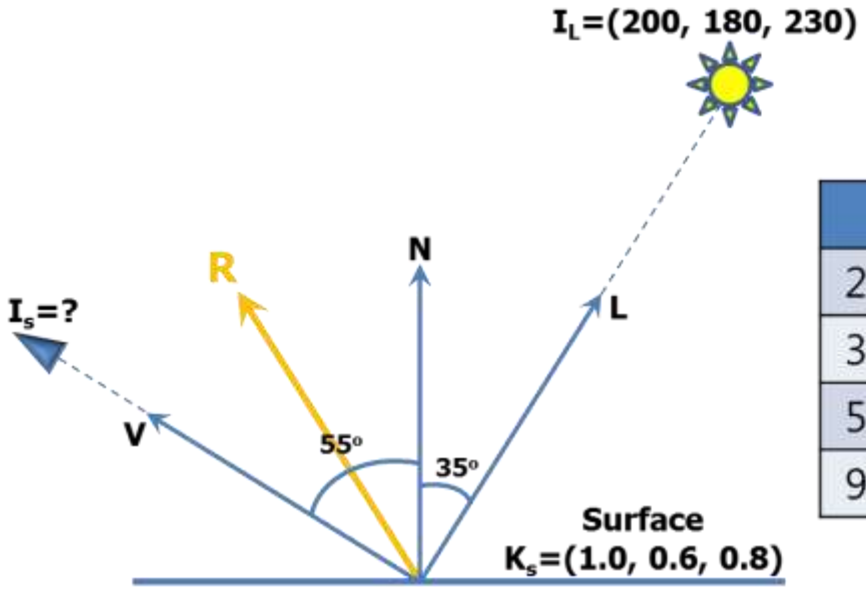
C. Combination of the operation A first and then B.

13. Draw the result on the right figure by the following source code.

```
glBegin(GL_LINE_LOOP);
    glVertex3f(v5x, v5y, v5z);    // V5
    glVertex3f(v1x, v1y, v1z);    // V1
    glVertex3f(v3x, v3y, v3z);    // V3
    glVertex3f(v2x, v2y, v2z);    // V2
    glVertex3f(v4x, v4y, v4z);    // V4
    glVertex3f(v6x, v6y, v6z);    // V6
glEnd();
```

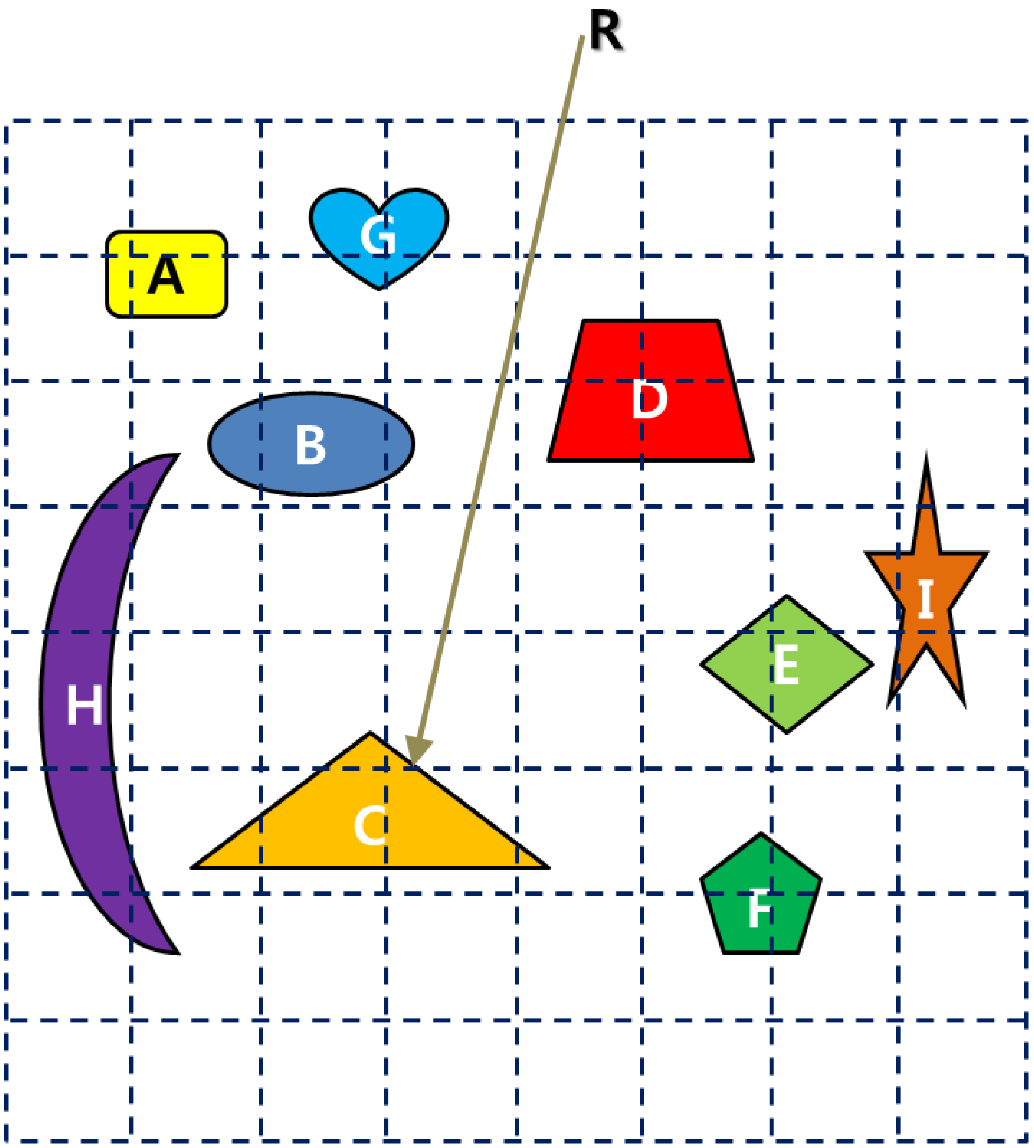


14. The following figure shows an example of specular reflection. Calculate the final light intensity $\mathbf{I}_s$ by using the trigonometric function values in the table. The shininess factor is 2. Round off the result.



	cosine	sine
20°	0.9	0.3
35°	0.8	0.6
55°	0.6	0.8
90°	0.0	1.0

15. See the following configuration.



A. Enumerate the objects in order of being inspected using uniform grid method to find the object intersected with the ray R.

B. Divide the grid space using quadtree method by drawing solid lines on it. (Condition: at most two objects are in a cell)

16. Note the difference between a *column vector* and a *row vector*. In 2D, the column vector is represented in $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ whereas the row vector is represented in (x,y).

16.1 Using column vectors for matrix-vector multiplication, write the translation matrix that translates (x,y) by (dx,dy).

16.2 Using row vectors for matrix-vector multiplication, write the translation matrix that translates (x,y) by (dx,dy).

16.3 Using column vectors for matrix-vector multiplication, write the scaling matrix with the scaling factors sx and sy.

16.4 Using row vectors for matrix-vector multiplication, write the scaling matrix with the scaling factors sx and sy.

17. We have the standard 3D coordinate system {O, e_1, e_2, e_3}, where O=(0,0,0), e_1=(1,0,0), e_2=(0,1,0), and e_3=(0,0,1). Consider another coordinate system named *CS*, where (5,0,0) is the origin, and (0,1,0), (-1,0,0), and (0,0,1) correspond to the *x*-, *y*-, and *z*-axes, respectively. Given a vertex defined in the standard coordinate system, I would like to have its coordinates in *CS*. Compute the 3x4 matrix that performs the conversion.

18. Suppose a transform is represented in a 4x4 matrix. Also suppose that we follow a column vector convention, not a row vector convention. The difference between affine and projective transformations lies in the 4^{th} row of their matrix representations. Describe the difference, and discuss the results produced by the difference.

19. Consider five fragments(pixels) competing for a pixel position. Their RGBA colors and z -coordinates are given as follows: (a) {(1,0,0,0.5),0.2}, (b) {(0,1,1,0.5),0.4}, (c) {(0,0,1,1),0.6}, (d) {(1,0,1,0.5),0.8}, (e) {(0,1,0,1),1.0}. The larger the z-value is, the deeper it is.

19.1 What is the order of five fragments, a through e, that can correctly process the transparency/opacity of the fragments?

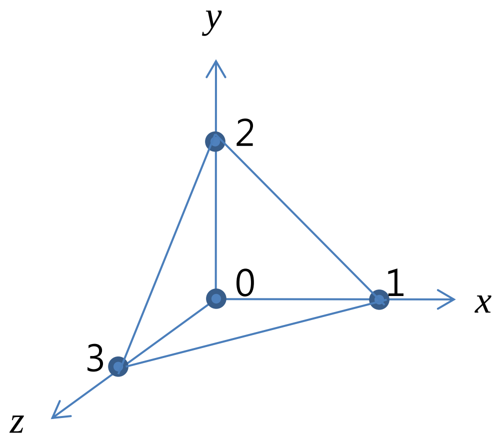
19.2Compute the final RGB values of the pixel.

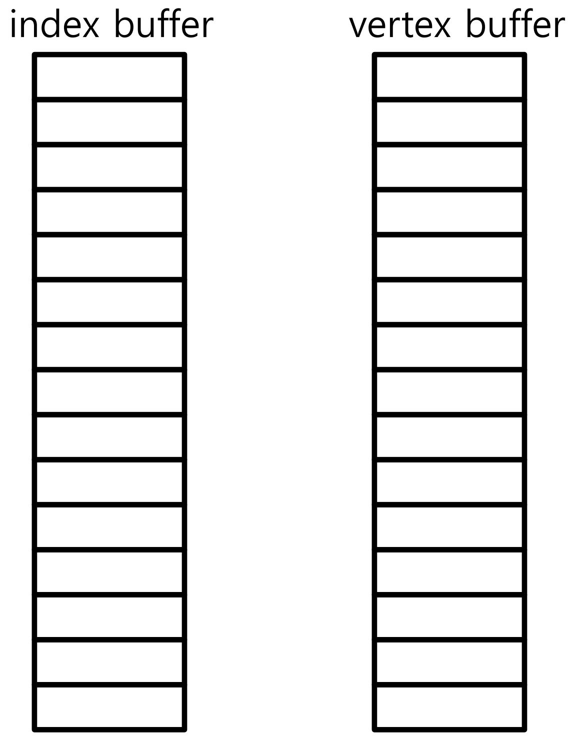
20. Euler transform

20.1 Describe what Euler transform is.

20.2 Euler transform is quite intuitive for the purpose of modeling, but also reveals several problems. List the problems you understand.

21. Consider the simplest 3D closed mesh, *tetrahedron*, which is composed of four triangles. Let us name the triangles at *xy*-, *yz*-, and *zx*-planes by *a*, *b*, and *c*, respectively. The remaining triangle is named *d*. The vertices are numbered 0, 1, 2, and 3. Assuming the triangle normals should point out of the polyhedron, fill in the index and vertex buffers.





22. Consider three triangles in the viewport. They are all perpendicular to the *z*-axis. From the back-to-front order, the triangles are red, blue, and green. In other words, the farthest triangle is red-colored. Suppose that (1,0,0,1), (0,0,1,0.5) and (0,1,0,0.5) compete for a pixel position, and they are correctly rendered from back-to-front. What is the final color?

23. Shown below is an example mesh data file in XML.

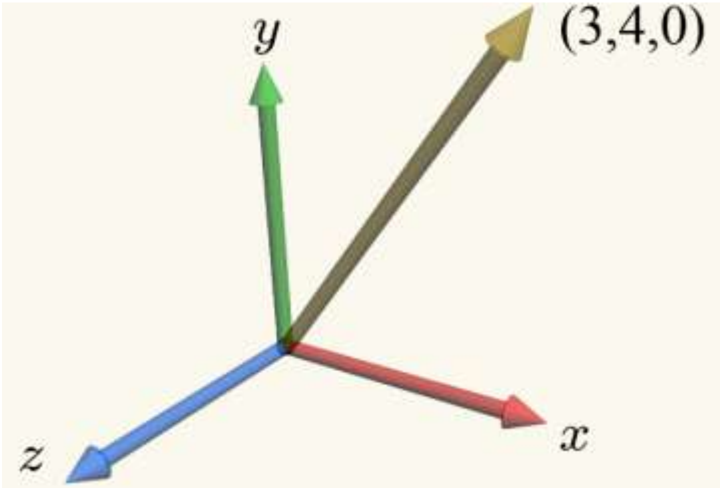
23.1 Describe what <faces count=″7813″> and <geometry vertexcount=″4311″> mean in the file.

23.2 For <vertex>, we have <position>, <normal>, and <texcoord>. What else can we have? List one or two examples.

```
 <?xml version="1.0" ?>
 <mesh>
 <submeshes>
 <submesh material="bok_lewy" usesharedvertices="false" use32bitindexes="0">
 <faces count="7813">
 <face v1="3866" v2="54" v3="1851" />
 <face v1="1851" v2="3865" v3="3866" />
 <face v1="3865" v2="1851" v3="470" />
 <face v1="3865" v2="470" v3="1852" />
...
...
 </faces>
 <geometry vertexcount="4311">
 <vertexbuffer positions="true" normals="true" colours_diffuse="false" texture_coords="1"
texture_coords_dimensions_0="2">
 <vertex>
 <position x="528.466370" y="641.373657" z="-2189.067139" />
 <normal x="0.454671" y="0.887807" z="0.071233" />
 <texcoord u="0.507381" v="0.040295" />
 </vertex>
 <vertex>
 <position x="529.371948" y="658.983032" z="-3179.729492" />
 <normal x="0.627129" y="0.775616" z="-0.071620" />
 <texcoord u="0.759615" v="0.027032" />
 </vertex>
...
...
```

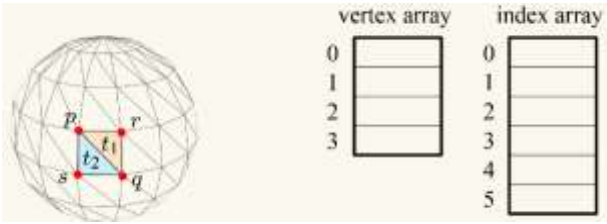
24. Let us develop a transform matrix for scaling along 3 *orthonormal* vectors, f_x, f_y, and f_z, not along the standard axes e_x, e_y, and e_z. The scaling factors are s_x, s_y, and s_z along f_x, f_y, and f_z, respectively. It is observed that $f_x \times f_y = f_z$ where $\times$ denotes the *cross product*. Devise the scaling transform matrix. (You may list transform matrices, A, B, C, etc. and then present the scaling matrix as a concatenation or multiplication of them.)

25. 3 차원 직교정규 기저가 있다. 첫 번째 기저 벡터는 아래 그림과 같이 (3,4,0) 방향을 향하고, 두 번째는 하나의 주축을 향하며, 세 번째는 그 둘의 벡터곱으로 정의된다. 이 기저를 계산하라.



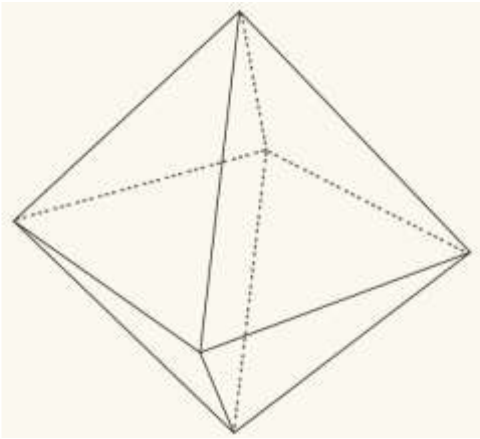
26. 두 개의 점 P_0와 P_1이 있다. P_0의 좌표는 (2,0)이고 P_1의 좌표는 (5,0)이다. P_0에 벡터 (-1,2)가 저장되어 있고, P_1에는 벡터 (2,5)가 저장되어 있다. P_0와 P_1을 잇는 선분을 따라 두 벡터를 선형보간할 때, 선분 위의 점 (4,0)에 놓일 벡터를 계산하라.

27. 삼각형 노멀은 항상 물체 바깥쪽을 향해야 한다는 조건을 만족시키도록, 두 개의 삼각형 t_1과 t_2에 대한 정점 배열과 인데스 배열을 채워라.



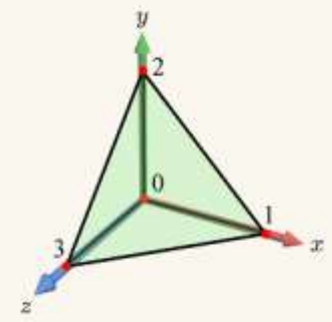
28. 닫힌 3차원 폴리곤 메시 중 가장 간단한 것은 사면체(tetrahedron)이다. 이를 구성하는 네 개의 정점이 (0,0,0), (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)이라고 가정하자. 이 사면체의 삼각형 노멀은 사면체 외부를 향해야 한다. 이 사면체를 표현하는 정점 배열과 인데스 배열을 보여라.

29. 아래 그림의 메시는 8개의 삼각형으로 구성되어 있다. 인덱스 배열 없이 이 메시를 표현하는 경우, 정점 배열은 ( )개의 원소를 가진다. 반면, 인덱스 배열을 사용하여 이 메시를 표현하는 경우, 정점 배열과 인덱스 배열은 각각 ( )개와 ( )개의 원소를 가진다. 괄호 안을 채워라.



30. 원점에 중심을 가지는 구를 폴리곤 메시로 모델링하기 위해 위도와 경도 모두 10° 간격으로 정점을 정의한다고 가정하자. 이 메시의 정점은 모두 몇 개인가?

31. 아래 그림과 같은 메시를 표현하는 정점 배열과 인덱스 배열을 채워라.



정점 배열

0	(0,0,0)
1	(1,0,0)
2	
3	(0,0,1)

인덱스 배열

0
2
1
3
2
0

32. 닫힌 삼각형 메시에서 v, e, f가 각각 메시의 정점, 변, 면의 개수를 나타낸다고 했을 때, $f = 2v - 4$가 성립한다.

그러면, v와 e간 관계는 어떠한가?

33. 행렬과 벡터를 곱하는데 열벡터 대신 행벡터를 사용하고자 한다. 다음 질문에 답하라.

(a) (x,y)를 (dx,dy)만큼 이동시키는 행렬은 무엇인가?

(b) (x,y)를 θ만큼 회전시키는 행렬은 무엇인가?

(a) 축소확대 인자가 (s_x,s_y)인 축소확대 행렬은 무엇인가?

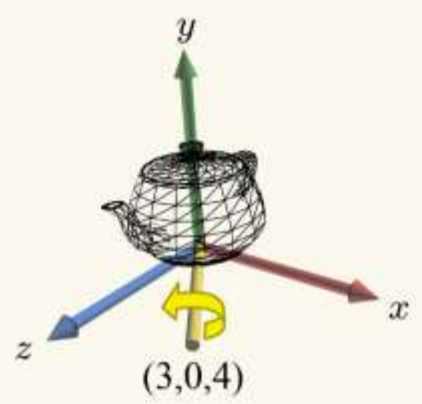
34. 한 물체의 오브젝트 공간 기저를 $\{u,v,n\}$으로 표기하자. 회전 후에 $u=(0,0,-1)$, $v=(1/\sqrt{2},1/\sqrt{2},0)$이 되었다. 이 회전의 역변환 행렬을 계산하라.

35. 아래 행렬은 회전 R에 이은 이동 T를 결합한 것이다. R과 T의 행렬을 각각 정의하라.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

36. 하나의 3차원 점을 (주축이 아닌) 임의의 축을 중심으로 θ만큼 회전시키는 순차적 과정을 설명하라. 이 과정은 회전축을 주축 중 하나로 변환하는 단계, 그리고 벡터곱(cross product) 연산을 포함해야 한다.

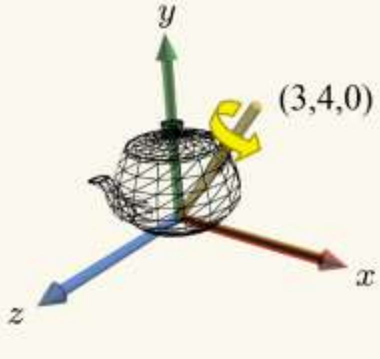
37. 다음 그림의 주전자는 $(3, 0, 4)$를 중심으로 $90°$ 회전될 것이다. 이 같은 임의의 축 중심 회전은 세 개의 변환으로 분해된다: (1) $(3, 0, 4)$를 x축으로 회전, (2) x축 중심으로 $90°$회전, (3) (1)의 역변환. 이 세 단계의 행렬을 각각 계산하라. [힌트: (1)을 위해 $R_y(\theta)$를 사용하면 편리하다.]



$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta & -sin\theta \\ 0 & sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} cos\theta & 0 & sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\theta & 0 & cos\theta \end{pmatrix}$$

38. 다음 그림의 주전자는 $(3,0,4)$를 중심으로 $90°$회전될 것이다. 이 같은 임의의 축 중심 회전은 세 개의 변환으로 분해된다: (1) $(3,0,4)$를 x축으로 회전, (2) x축 중심으로 $90°$회전, (3) (1)의 역변환. 이 세 단계의 행렬을 각각 계산하라. [힌트: (1)을 위해 $R_y(\theta)$를 사용하면 편리하다.]



$$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\theta & -sin\theta \\ 0 & sin\theta & cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta & 0 \\ sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

39. 두 개의 2차원 비표준 직교정규(orthonormal) 기저 $\{a,b\}$와 $\{c,d\}$가 주어졌을 때, $\{a,b\}$에서 정의된 벡터를 $\{c,d\}$에서 정의된 벡터로 변환하는 2×2 행렬을 계산하라.

40. 두 개의 3차원 비표준 직교정규(orthonormal) 기저 $\{a,b,c\}$와 $\{d,e,f\}$가 주어졌을 때, $\{a,b,c\}$에서 정의된 벡터를 $\{d,e,f\}$에서 정의된 벡터로 변환하는 3×3 행렬을 계산하라.

41. 두 개의 직교정규 벡터 a, b를 기준으로 하는 축소확대를 생각해 보자. a, b방향으로의 축소확대 인자는 각각 s_a, s_b로 표기한다. 한편, a, b중 어느 것도 표준 기저 벡터(e_1, e_2)와 일치하지 않는다. 우리가 구하고자 하는 축소확대 행렬은 세 개의 2×2 행렬의 곱으로 표현된다. 각각의 행렬을 계산하라.

42. 세 개의 직교정규 벡터 a, b, c를 기준으로 하는 축소확대를 생각해 보자. a, b, c 방향으로의 축소확대 인자는 각각 s_a, s_b, s_c로 표기한다. 한편, a, b, c중 어느 것도 표준 기저 벡터(e_1, e_2, e_3)와 일치하는 것은 없고, a, b, c 간에는 $a \times b = c$의 관계가 성립한다. 우리가 구하고자 하는 축소확대 행렬은 세 개의 3×3 행렬의 곱으로 표현된다. 각각의 행렬을 계산하라.

43. 월드 공간의 기저 벡터와 원점은 다음과 같다: $e_1 = (1,0,0)$, $e_2 = (0,1,0)$, $e_3 = (0,0,1)$, $O = (0,0,0)$. 한편, 월드 공간의 $(5,0,0)$에 원점이 있고 기저가 $\{(0,1,0),(-1,0,0),(0,0,1)\}$인 좌표계를 S라고 표기하자. 월드 공간의 점을 S로 변환하는 행렬을 정의하라.

44. 카메라 파라미터가 다음과 같이 주어졌다: EYE $=(0,0,-\sqrt{3})$, AT $=(0,0,0)$, UP$=(0,0,1)$.

(a) 카메라 공간의 기저와 원점은 무엇인가?

(b) 뷰 변환(view transform)은 이동에 이은 회전으로 정의된다. 두 행렬을 계산하라.

45. 카메라 파라미터가 다음과 같이 주어졌다: EYE $=(0,0,3)$, AT $=(0,0,-1)$, UP $=(-1,0,0)$.

(a) 카메라 공간의 기저와 원점은 무엇인가?

(b) 뷰 변환은 이동에 이은 회전으로 정의된다. 두 행렬을 계산하라.

46. 카메라 파라미터가 다음과 같이 주어졌다: EYE $=(0,0,3)$, AT $=(0,0,-1)$, UP $=(-1,0,0)$. 카메라 공간의 점을 월드 공간으로 변환하는 행렬을 계산하라. 이는 뷰 변환 행렬이 아니라 그 역행렬임에 유의하라.

47. 월드 공간에서 두 개의 카메라 파라미터 군 {EYE,AT,UP1}과 {EYE,AT,UP2}가 주어졌다. 각 좌표는 다음과 같다: EYE $=(18,8,0)$, AT $=(10,2,0)$, UP1 $=(0,8,0)$, UP2 $=(-13,2,0)$. 이를 기반으로 정의된 두 개의 카메라 공간이 일치하는지 아닌지 기술하라.

48. 두 개의 카메라 공간 S_1과 S_2가 주어졌을 때, S_1의 점을 S_2로 변환하는 한 가지 방법은, S_1의 점을 먼저 월드 공간으로 변환한 후 이 월드 공간 점을 S_2로 변환하는 것이다.

(a) S_1은 다음과 같은 카메라 파라미터에 의해 정의된다: EYE $=(0,0,3)$, AT $=(0,0,-1)$, UP $=(-1,0,0)$. S_1의 점을 월드 공간으로 변환하는 행렬을 계산하라.

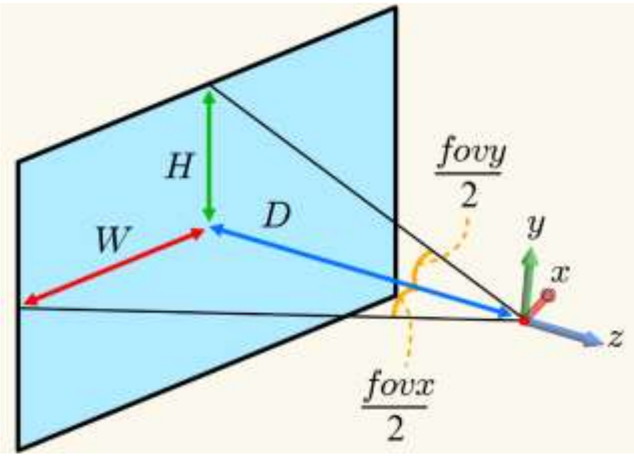
(b) S_2는 다음과 같은 카메라 파라미터에 의해 정의된다: EYE $=(0,0,-3)$, AT $=(0,0,0)$, UP $=(0,1,0)$. 월드 공간 점을 S_2로 변환하는 행렬을 계산하라.

49. 월드 공간이 왼손 좌표계를 가진다고 가정하자. 이 월드 공간에서 카메라 파라미터가 다음과 같이 주어졌다: EYE $=(0,0,3)$, AT $=(0,0,-1)$, UP $=(-1,0,0)$.

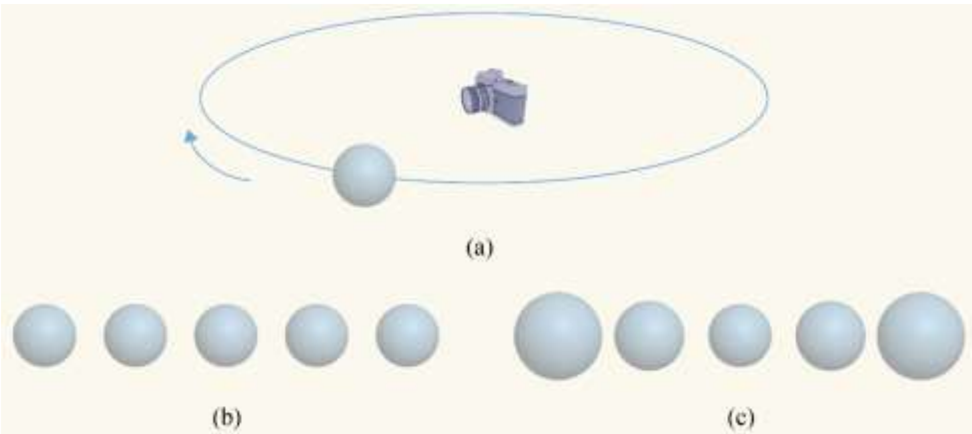
(a) 카메라 공간 역시 왼손 좌표계로 정의된다고 가정하자. 이 카메라 공간의 기저를 계산하라.

(b) 뷰 변환을 계산하라.

50. 아래 그림은 뷰 프러스텀을 z축에 수직으로 자른 단면이다. 뷰 프러스텀은 통상적으로 $fovy$, $aspect$, n, f로 정의된다. 이 대신 $fovx$, $fovy$, n, f가 주어졌다고 가정하자. 여기서 $fovx$는 x축 기준의 시야각을 의미한다. 한편, D는 카메라로부터 단면 중심까지의 거리이다. $aspect$를 $fovx$와 $fovy$의 함수로 정의하라.



51. 다음 그림 (a)에서 구는 고정된 카메라를 중심으로 원 운동을 한다. GPU 파이프라인을 이용해 이 구를 일정한 시간 간격으로 연속해서 렌더링하자. 카메라로부터 구 까지의 거리는 항상 일정하므로, 우리는 그림 (b)와 같은 결과를 예상할 수 있다. 하지만, 실제 렌더링 결과는 그림 (c)와 같다. 즉, 구가 뷰 프러스텀으로 막 진입했을 때 가장 크지만, 계속 작아지다가 카메라 공간의 $-n$축에 놓였을 때 최소 크기에 도달한다. 그 이후 다시 커지다가 뷰 프러스텀을 벗어날 때 최대 크기에 도달한다. 왜 이런 현상이 발생하는가?



52. 뷰포트의 모퉁이 점이 $(10, 20, 1)$과 $(100, 200, 2)$로 주어졌다. 뷰포트 변환은 축소확대에 이은 이동으로 구성된다.

(a) 축소확대 행렬을 계산하라.

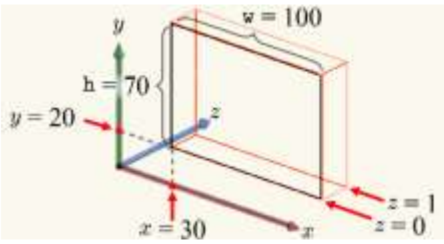
(b) 이동 행렬을 계산하라.

53. GL 프로그램이 glViewport(10, 20, 200, 100)과 glDepthRange(0, 1)을 호출하였다. glViewport는 2차원 뷰포트를, glDepthRange는 3차원 뷰포트의 깊이를 정의한다. 뷰포트 변환은 축소확대에 이은 이동으로 구성된다.

(a) 축소확대 행렬을 계산하라.

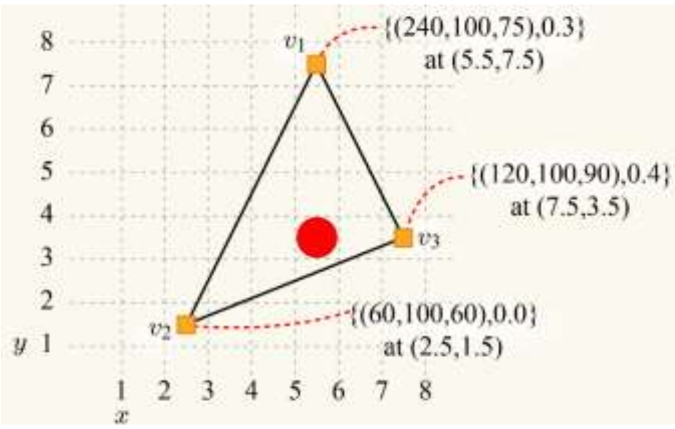
(b) 이동 행렬을 계산하라.

54. 다음 그림과 같은 3차원 뷰포트가 주어졌다. 뷰포트 변환 행렬을 계산하라.

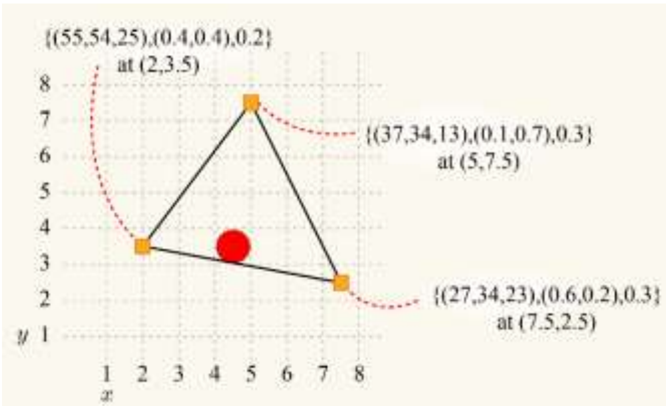


55. 스크린 공간에 다음과 같은 삼각형이 있다. 정점별 애트리뷰트는 $\{(R, G, B), z\}$이다. 픽셀 좌표 $(5.5, 3.5)$에서 R과

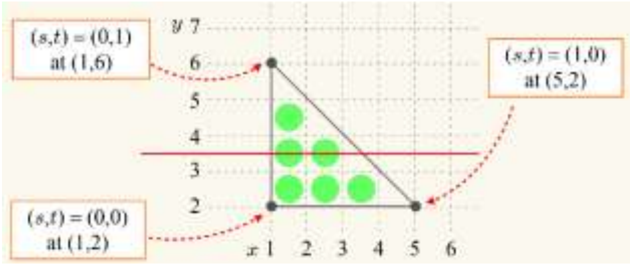
z를 계산하라. [힌트: y좌표가 3.5인 스캔라인과 왼쪽 변 간 교차점에서의 R과 z를 '한 번의 선형보간'을 통해 계산한 후, 해당 스캔라인에서 역시 '한 번의 선형보간'을 통해 $(5.5, 3.5)$에서의 R과 z를 계산하라.]



56. 스크린 공간에 다음과 같은 삼각형이 있다. 정점별 애트리뷰트는 RBG색상, 2차원 텍스처 좌표, z좌표로 구성된다. 픽셀 좌표 $(4.5, 3.5)$에서 R과 z를 계산하라. [힌트: y좌표가 3.5인 스캔라인과 오른쪽 변 간 교차점에서 '한 번의 선형보간'을 통해 애트리뷰트를 계산한 후, 해당 스캔라인에서 역시 '한 번의 선형보간'을 통해 $(4.5, 3.5)$에서의 애트리뷰트를 계산하라.]



57. 아래 그림은 스크린 공간 삼각형과 교차하는 스캔라인을 보여주는데, 스캔라인의 y좌표는 3.5이다.

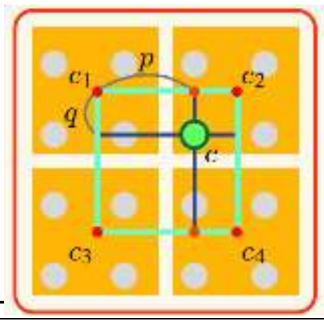


(a) 삼각형 두 변이 스캔라인과 교차하는 점에서의 텍스처 좌표를 계산하라.

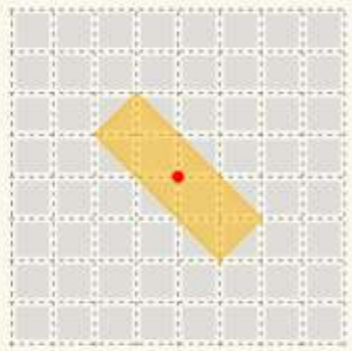
(b) 스캔라인 상에 놓인 두 프래그먼트의 텍스처 좌표를 계산하라.

58. 근접점 샘플링(nearest point sampling)으로 필터링할 텍스처 공간에 한 픽셀이 (s',t')로 투영되었다. $\lfloor\ \rfloor$ 혹은 $\lceil\ \rceil$ 함수를 사용하여 텍셀 ID를 구하는 방정식을 작성하라. 한 텍셀의 ID는 해당 텍셀의 왼쪽 아래 모퉁이의 좌표이다. 예를 들어, 중심 좌표가 (1.5,3.5)인 텍셀의 ID는 (1,3)이다.

59. 다음 그림은 네 개의 텍셀을 가진 텍스처 공간에 16 개의 픽셀이 투영된 것을 보여준다. 각 텍셀의 색상을 c_i라고 할 때, 겹선형보간(bilinear interpolation)으로 결정되는 픽셀 색상 c를 정의하라.



60. 한 픽셀이 8×8해상도의 텍스처 공간에 투영되었다. 아래 왼쪽 그림의 동그라미는 픽셀, 직사각형은 그 픽셀의 발자국을 나타낸다.



level 0

9	9	9	9	9	7	0	1
9	9	9	9	7	9	8	3
6	5	8	9	2	3	2	1
5	8	8	7	7	0	4	1
7	8	1	1	1	1	3	3
8	5	1	5	1	1	0	2
4	9	9	9	1	2	4	8
8	3	9	9	4	1	0	0

level 0

9	9	8	3
6	8	3	2
7	2	1	2
6	9	2	3

level 1

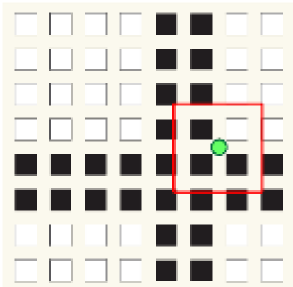
(a) 텍스처 색상은 회색조이며, 오른쪽 그림은 밉맵의 0번과 1번 레벨 텍스처를 보여주는데, 숫자는 텍셀 밝기를 나타낸다. 이와 같은 방식으로 2번과 3번 레벨 텍스처를 그려라.

(b) 삼선형보간(trilinear interpolation) 기법으로 밉맵을 필터링하고, λ(level of detail) 계산을 위해 픽셀 발자국의 '긴' 변 길이를 사용한다고 가정하자. 어떤 레벨이 선택되는가? 또한, 각 레벨에서의 필터링 결과를 계산하라.

(c) 삼선형보간 기법으로 밉맵을 필터링하고, λ 계산을 위해 픽셀 발자국의 '짧은' 변 길이를 사용한다고 가정하자. 어떤 레벨이 선택되는가? 또한, 각 레벨에서의 필터링 결과를 계산하라.

61. 의료 영상 분야에서는 종종 3차원 텍스처링이 필요하다. $2^l \times 2^l \times 2^l$해상도를 가지는 3차원 이미지를 생각해보자. 이를 이용해 어떻게 밉맵을 만들 것인가? 이 밉맵은 총 몇 개의 레벨을 가지는가? 밉맵 최상위 레벨 텍스처의 해상도는 무엇인가?

62. 다음 그림은 두 색상으로 구성된 텍스처로, 검은색 텍셀은 0, 밝은 회색 텍셀은 0.8 값을 가진다. 동그라미로 표시된 픽셀이 4개 텍셀의 한가운데로 투영되었는데, 이 픽셀의 발자국은 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형이다.



(a) 밉맵의 모든 레벨은 근접점 샘플링(nearest point sampling)으로 필터링되고, 그 결과는 선형보간된다. 근접점 샘플링 시, 픽셀로부터 같은 거리에 있는 텍셀이 여러 개 존재한다면 위의 혹은 오른쪽 위의 텍셀을 선택한다. 픽셀의 최종 텍스처링 색상은 무엇일까?

(b) 밉맵의 모든 레벨이 겹선형보간(bilinear interpolation)으로 필터링되고 그 결과가 선형보간된다면, 픽셀의 최종 텍스처링 색상은 무엇일까?

63. 아래의 퐁 모델은 하나의 방향성 광원을 가정하여 정의되었다.

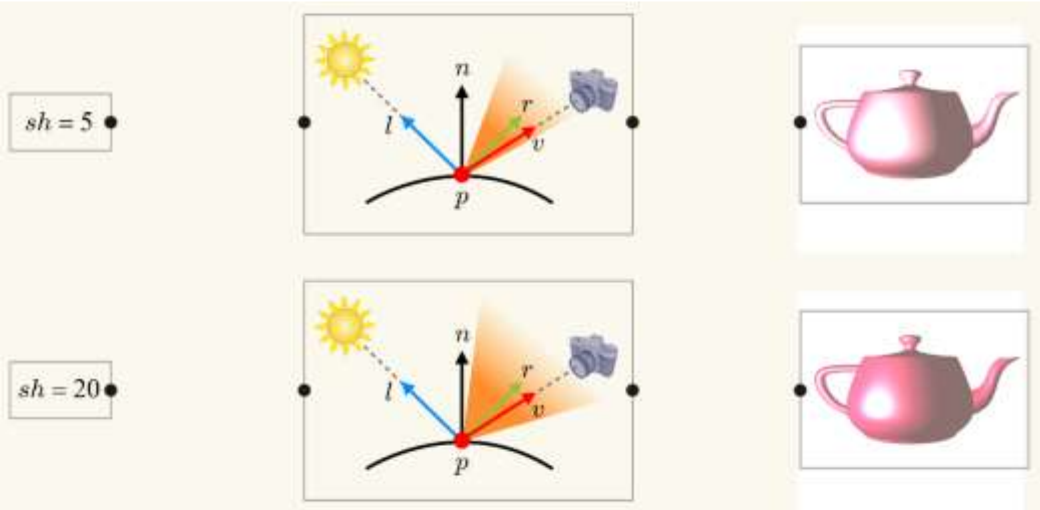
$$max(n \cdot l, 0)s_d \otimes m_d + (max(r \cdot v, 0))^{sh} s_s \otimes m_s + s_a \otimes m_a + m_e$$

(a) 여러 개의 방향성 광원을 다룰 수 있도록 위 식을 수정하라.

(b) 방향성 광원을 점 광원으로 대체해 보자. 물체 표면의 한 점에 입력되는 빛의 세기는 그 점과 광원 사이의 거리 제곱에 반비례한다. 이에 맞춰 위 식을 수정하라.

64. 퐁 모델에서 스페큘러 반사 구현을 위해서는, 노멀 n과 빛 벡터 l을 이용해 반사 벡터 r을 계산해야 한다. n과 l의 내적을 이용해 r을 정의하라.

65. 다음 그림은 퐁 모델의 스페큘러 항 $(max(r \cdot v, 0))^{sh} s_s \otimes m_s$에 관한 것이다. 가운데 열의 원뿔은 카메라가 하이라이트를 볼 수 있는 영역을 말한다. 첫째 열과 두 번째 열을 잇고, 두 번째 열과 세 번째 열을 이어라. 예를 들어, sh가 작을수록 원뿔이 작아진다면, 왼쪽 위 상자와 가운데 위 상자를 이어라.



66. 하나의 픽셀을 놓고 네 개의 삼각형이 경쟁하고 있다. 이들은 해당 픽셀 위치에서 서로 다른 z값을 가지고 있다. 삼각형들이 임의의 순서로 처리된다면, 이 픽셀에 대해 평균 몇 번의 z-버퍼 쓰기 연산이 수행되는가?

67. 하나의 픽셀을 놓고 경쟁하는 세 개의 삼각형이 이 픽셀 위치에서 다음과 같은 $RGBA$색상과 z값을 가지고 있다: $\{(1,0,0,0.5),0.25\}$, $\{(0,1,0,0.5),0.5\}$, $\{(0,0,1,1),0.75\}$. 삼각형은 뒤에서부터 앞으로 차례차례 처리된다. 픽셀의 최종 색상을 계산하라.

68. 뷰포트 안에 세 개의 삼각형이 있는데, 이들은 모두 z축에 수직이다. 빨간색 삼각형이 초록색 삼각형 뒤에 있고, 초록색 삼각형은 파란색 삼각형 뒤에 있다. 다음과 같은 $RGBA$색상을 가진 프래그먼트 세 개가 하나의 픽셀을 놓고 경쟁한다: $(1,0,0,1)$, $(0,1,0,0.5)$, $(0,0,1,0.5)$. 이들은 뒤에서부터 앞으로 차례차례 처리된다. 픽셀의 최종 색상을 계산하라.

69. 하나의 픽셀을 놓고 경쟁하는 다섯 개의 프래그먼트가 다음과 같은 $RGBA$색상과 z값을 가지고 있다:

$f_1 = \{(1,0,0,0.5),0.2\}$

$f_2 = \{(0,1,1,0.5),0.4\}$

$f_3 = \{(0,0,1,1),0.6\}$

$f_4 = \{(1,0,1,0.5),0.8\}$

$f_5 = \{(0,1,0,1),1.0\}$

(a) 이들 다섯 개 프래그먼트를 처리하는 올바른 순서는 무엇인가?

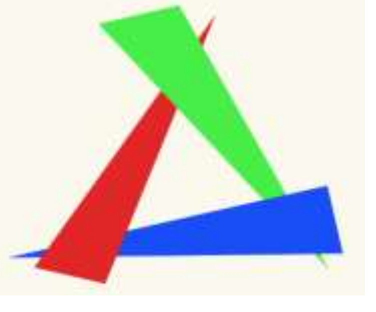
(b) 픽셀의 최종 색상은 무엇인가?

70. 컴퓨터 그래픽스에서는 야외 장면의 현실감을 높이기 위해 종종 안개(fog)를 사용한다. 안개 중 가장 간단한 것은 이른바 선형 안개(linear fog)로, 뷰 프러스텀 내부에 안개가 고루 분포하게 만드는 것이다. 전방 평면(near plane)에서 후방 평면(far plane)으로 갈수록 안개가 짙어져서, 전방 평면에 위치한 물체는 완벽하게 보이고 후방 평면에 위치한 물체는 완전히 안개에 가려 보이지 않게 해야 한다. 이러한 선형 안개를 위해 다음과 같은 블렌딩 기법을 사용한다.

$$c = f\,c_f + (1-f)c_o$$

여기에서 c는 안개가 혼합된 최종 색상이고, f는 카메라로부터 거리가 멀어질수록 안개가 짙어지는 정도를 나타내며, c_f는 안개의 색상이고, c_o는 프래그먼트의 색상이다. 전방 평면까지의 수직 거리 N과 후방 평면까지의 수직 거리 F를 이용하여 f를 정의하라.

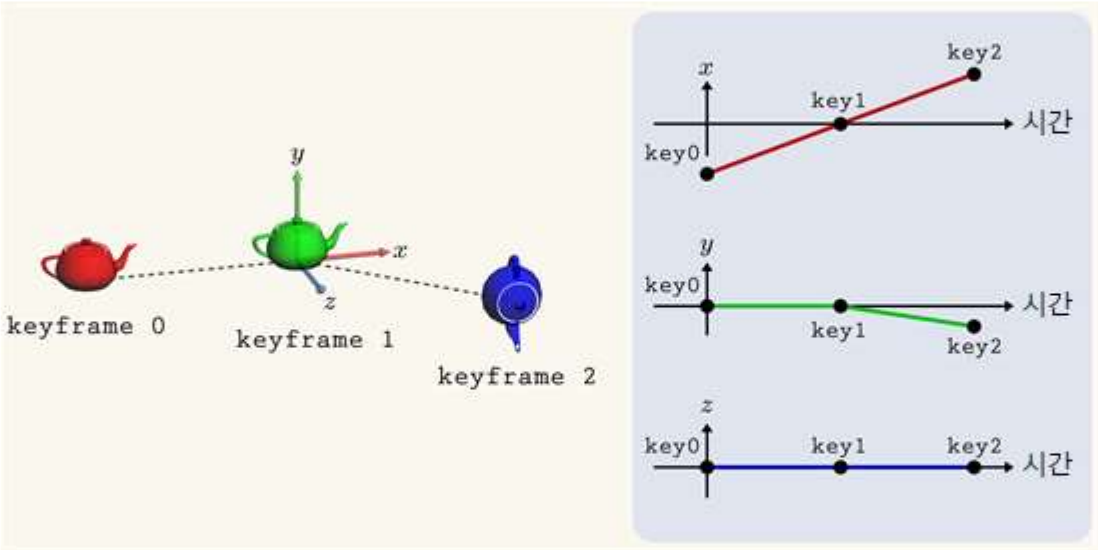
71. 아래 그림과 같이 삼각형 세 개가 겹쳐져 있다.



(a) 삼각형 세 개는 모두 반투명한데, 빨간색, 초록색, 파란색 삼각형 순서로 처리된다. 렌더링 결과를 그려라.

(b) 렌더링 결과에 어떤 문제가 있는가? 그리고 이를 해결하기 위한 방안은 무엇인가?

72. 아래 그림은 세 개 키프레임에서 주전자와 위치 그래프를 보여주고 있다. 방향 그래프를 그려라.



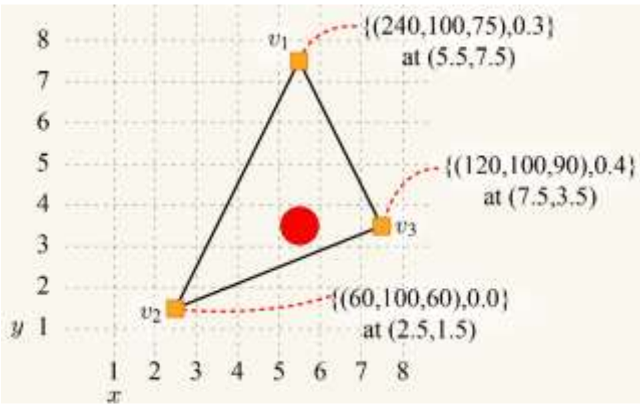
73. 벡터 $(0,1,0)$을 또 다른 벡터 $(1,0,1)$중심으로 $90°$회전시키자.

(a) $(1,0,1)$중심 $90°$회전을 쿼터니언으로 표현하라. [힌트: 쿼터니언의 허수부는 sine 함수를 가지고 있고, 실수부는 cosine 함수를 가지고 있다.]

(b) 회전 대상인 $(0,1,0)$을 쿼터니언으로 표현하라.

(c) $\mathbf{q}$와 $\mathbf{p}$를 각각 위 (a)와 (b)항의 쿼터니언이라고 할 때, $\mathbf{qpq}^*$는 $(0,1,0)$을 $(1,0,1)$중심으로 $90°$회전시키는 것을 의미한다. $\mathbf{qp}$와 $\mathbf{q}^*$를 계산하라. [힌트: $ij=k$.]

74. 스크린 공간에 다음과 같은 삼각형이 있다. 정점별 속성은 $\{(R, G, B), z\}$이다.



(a) 세 정점 v_1, v_2, v_3를 기준으로, $(5.5, 3.5)$에 놓인 픽셀의 무게중심(barycentric) 좌표를 계산하라.

(b) 이 무게중심 좌표를 이용해 $(5.5, 3.5)$의 R과 z를 계산하라.

75. 정점 배열에 저장된 정점별 탄젠트 공간의 기저 $\{T, B, N\}$이 정점 쉐이더에게 제공되었다. 탄젠트 공간 노멀 벡터를 월드 공간으로 변환하는 행렬을 구하라.

76. 퐁 모델의 스페큘러 항에서 반사 벡터는 $2n(n \cdot l) - l$로 정의된다(여기서 n은 노멀, l은 빛 벡터이다). 반면, 광선 추적법에서 반사 광선의 방향은 $I - 2n(n \cdot I)$로 정의된다(여기서 I는 1차 광선의 방향이다). 왜 이런 차이가 발생하는가?

77. 반지름이 2이고 원점을 중심으로 가지는 구에 대해 광선 추적법을 적용해 보자.

(a) 1차 광선의 시작점은 $(10,1,0)$이고 방향 벡터는 $(-1,0,0)$이다. 이 광선을 t의 매개변수 방정식으로 표현하라.

(b) 구의 함수는 $x^2+y^2+z^2-2^2=0$이다. 이 함수와 광선의 매개변수 방정식을 이용하여 구와 광선의 교차점을 계산하라.

(c) 반사 광선을 계산하기 위해서는 교차점에서의 노멀이 필요하다. 본 문제에서는 노멀을 쉽게 계산할 수 있다. 어떻게 계산할 것인가?

(d) 반사 광선의 방향은 $I-2n(n \cdot I)$로 정의된다(여기서 I는 1차 광선의 방향이다). $I-2n(n \cdot I)$를 계산하라.

78. 큐브맵에 사용할 여섯 개의 이미지를 렌더링을 통해 얻고자 한다. 각 이미지는 뷰 변환과 투영 변환을 이용해 생성된다.

(a) 여섯 개의 이미지를 생성하는데 서로 다른 뷰 변환이 사용되는가? 맞는지 틀리는지 답하고 그 이유를 설명하라.

(b) 여섯 개의 이미지를 생성하는데 서로 다른 투영 변환이 사용되는가? 맞는지 틀리는지 답하고 그 이유를 설명하라.

79. 3차 베지어 곡선의 식은 $(1-t)^3p_0+3t(1-t)^2p_1+3t^2(1-t)p_2+t^3p_3$이다. 4차 베지어 곡선의 식을 작성하라.

80. 3차 베지어 곡선의 식은 $(1-t)^3p_0+3t(1-t)^2p_1+3t^2(1-t)p_2+t^3p_3$이다. 5차 베지어 곡선의 식을 작성하라.

81. 세 개의 2차원 점이 주어졌다: $(1,0)$, $(0,1)$, $(-1,0)$.

(a) 이 점 모두를 지나는 2차 베지어 곡선이 있는데, $(0,1)$에서의 매개변수 t는 0.5이다. 이 베지어 곡선의 컨트롤 포인트를 계산하라.

(b) 이 베지어 곡선에서 $t=0.75$인 점의 좌표를 계산하라.

82. 어떤 베지어 패치가 아래와 같은 컨트롤 포인트 행렬로 정의되었다. 이 패치의 정의역의 u축은 수평 방향, v축은 수직 방향이다.

$$\begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0,0,6) & (0,3,3) & (0,6,6) \\ (3,0,0) & (3,3,0) & (3,6,0) \\ (6,0,0) & (6,3,0) & (6,6,0) \end{pmatrix}$$

(a) $(u,v)=(1,0)$에 해당하는 곡면 위의 점의 좌표는 무엇인가?

(b) 반복적 겹선형보간을 사용하여 $(u,v)=(0.5,0.5)$일 때 곡면 위의 점의 좌표를 계산하라.

83. 어떤 베지어 패치가 u기준으로는 2차, v기준으로는 3차로 정의되었다. 컨트롤 포인트 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} \\ p_{30} & p_{31} & p_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0,0,4) & (0,3,4) & (0,6,4) \\ (3,0,0) & (3,3,0) & (3,6,0) \\ (6,0,0) & (6,3,0) & (6,6,0) \\ (5,0,4) & (5,3,4) & (5,6,4) \end{pmatrix}$$

(a) $(u,v)=(0,1)$일 때 곡면 위의 점의 좌표를 계산하라.

(b) $(u,v)=(0.5,0.5)$일 때 곡면 위의 점의 좌표를 계산하라.